

Свойства логарифмов

Определение. Логарифмом данного числа по данному основанию называется показатель степени, в которую надо возвести это основание, чтобы получить данное число

$$\log_a x = b \Leftrightarrow a^b = x$$
$$x > 0, a > 0, a \neq 1$$

1. Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a b} = b$$

2. Очевидные равенства:

$$\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1, \quad b = \log_a a^b$$

3. Десятичный и натуральный логарифм

$$\log_{10} x = \lg x, \quad \log_e x = \ln x$$

4. Логарифм произведения равен сумме логарифмов

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy, \quad x > 0, y > 0$$

5. Логарифм частного равен разности логарифмов

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}, \quad x > 0, y > 0$$

6. Постоянный множитель можно вносить под знак логарифма как показатель степени:

$$\log_a^m x^n = \frac{n}{m} \log_a x$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a^m x = \frac{1}{m} \log_a x$$

7. Формула перехода к новому основанию

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

$$\log_a x \cdot \log_b y = \log_b x \cdot \log_a y$$