

Теория вероятностей. Контрольные задачи

1. Монету подбрасывают три раза. Какова вероятность того, что герб выпадет не менее двух раз?
2. Игральный кубик бросают два раза. Какова вероятность того, что выпадет более 7 очков, если на известно, что первый раз выпало число очков больше, чем во второй раз.
3. Из 30 студентов 10 имеют спортивные разряды. Какова вероятность того, что выбранные наудачу 3 студента – разрядники?
4. Два лица – А и В условились встретиться в определенном месте, договорившись только о том, что каждый является туда в любой момент времени между 11 и 12 ч и ждет в течение 30 минут. Если партнер к этому времени еще не пришел или уже успел покинуть установленное место, встреча не состоится. Найти вероятность того, что встреча состоится.
5. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найти вероятность того, что к концу дня:
А) кофе закончится хотя бы в одном автомате;
В) кофе останется в обоих автоматах.
6. В урне 5 белых и 15 черных шаров. Из урны последовательно достают два шара. Найти вероятность того, что:
А) шары будут разных цветов, если шары возвращают в урну;
В) шары будут одинакового цвета, если шары не возвращают в урну;
С) хотя бы один шар будет белым, если шары не возвращают в урну.
7. В урне 12 белых и 8 черных шаров. Из урны последовательно достают все шары. Найти вероятность того, что
А) третьим по порядку будет вынут белый шар;
В) из первых трех шаров хотя бы один будет белым шаром.
8. В урне 10 белых, 6 черных шаров и 4 красных шара. Три из них вынимаются наугад. Найти вероятность того, что по крайней мере два из них будут разноцветными при условии:
А) шары возвращаются в урну;
В) шары не возвращаются в урну.
9. Имеются три одинаковые с виду урны. В первой 3 белых шаров и 7 черных шаров; во второй урне 8 белых и 2 черных; в третьей только белые шары. Из наугад выбранной урны достают один шар. Какова вероятность, что этот шар белый?
10. Имеются две урны: в первой 12 белых шаров и 8 черных шаров; во второй урне 5 белых и 14 черных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, один шар. После этого из второй урны достают один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым.
11. Имеются три урны: в первой 5 белых шаров и 15 черных шаров; во второй урне 12 белых и 8 черных; в третьей – 10 белых шаров (черных нет). Из наугад выбранной урны достали один шар. Этот шар оказался белым. Найти вероятность того, что шар достали из первой урны.
12. В семье шесть детей. Вероятность рождения девочки равна 0,49. Найти вероятность того, что среди этих детей одна девочка.
13. Отрезок AB разделен точкой C в отношении 2:1. На этот отрезок наудачу брошено 6 точек. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения. Найти вероятность того, что более одной точки окажется правее точки C .
14. Монету бросают 6 раз. Найти вероятность того, что не более 5 раз выпадет герб.

15. Найти вероятность того, что событие A наступит ровно 70 раз в 200 независимых испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,3.
16. Вероятность появления события A в каждом из 200 независимых испытаниях постоянна и равна 0,3. Найти вероятность того, что событие A появится не более 70 раз.
17. Проведено 300 независимых испытаний с вероятностью появления события A в каждом из них 0,01. Найти вероятность того, что событие A появится точно 1 раз.
18. В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается четыре выигрыша по 5 тысяч рублей; пять выигрышей по 4 тысячи рублей и одиннадцать выигрышей по 1 тысячи рублей.

- а) Составить ряд распределения случайной величины X – размер выигрыша по одному купленному билету.
- б) Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины.
- в) Записать функцию распределения и построить ее график.

19. Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 2, \\ 0,5x, & \text{при } 2 < x \leq 4, \\ 1, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность того, что в результате испытания X примет значение: а) меньше 0,2; б) меньше трех; в) не меньше трех; г) не меньше пяти.

20. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{при } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$.

21. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{3}{2} \sin 3x$ в интервале $(0; \pi/3)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(\pi/6; \pi/4)$.

22. Задана плотность распределения непрерывной случайной величины X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{при } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(x)$.

23. Дана функция распределения случайной величины X :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^2/4, & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти математическое ожидание, дисперсию, моду и медиану.

24. В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленной первой фабрикой. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
25. Проводится проверка большой партии деталей до обнаружения бракованной (без ограничения числа проверенных деталей) Составить закон распределения числа проверенных деталей. Найти его математическое ожидание и дисперсию, если известно, что вероятность брака для каждой детали равна 0,1.

26. Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 минуты. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – времени ожидания поезда.
27. Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X , распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
28. Полагая, что рост мужчин определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величина X с параметрами $a = 173$ и $\sigma = 6$, найти долю костюмов 4-го роста (176 – 182 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы.
29. Закон распределения дискретной двумерной случайной величины (X, Y) задан в таблице:

X/Y	-1	0	1	2
1	0,1	0,25	0,3	0,15
2	0,1	0,05	0	0,05

Найти:

- законы распределения одномерных случайных величин X и Y
 - условные законы распределения случайной величины X при условии $Y = 2$ и случайной величины Y , при условии $X=1$
 - вычислить $P(Y < X)$
 - определить ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин X и Y
30. Двумерная случайная величина распределена равномерно в круге радиуса $R=1$. Определит:
- выражение совместной плотности и функции распределения двумерной случайной величины (X, Y)
 - плотности вероятности и функции распределения одномерных составляющих X и Y
 - вероятность того, что расстояние от точки (X, Y) до начала координат будет меньше $1/3$
 - условные плотности случайных величин X и Y
 - зависимы или независимы случайные величины X и Y
 - условные математические ожидания и условные дисперсии
 - ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин X и Y
 - коррелированы или некоррелированы эти случайные величины