# Тригонометрия: краткая справка

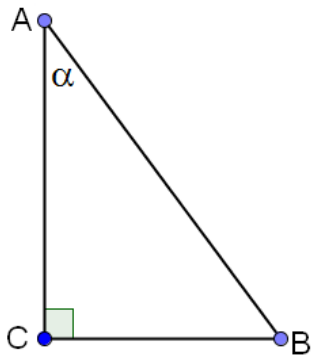
## Определение тригонометрических функций острого угла в прямоугольном треугольнике

**1.** ***Синусом*** острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение **противолежащего** катета к гипотенузе

**2.** ***Косинусом*** острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение **прилежащего** катета к гипотенузе

**3.** ***Тангенсом*** острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение **противолежащего** катета к **прилежащему** катету

**4.** ***Котангенсом*** острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение **прилежащего** катета к **противолежащему** катету



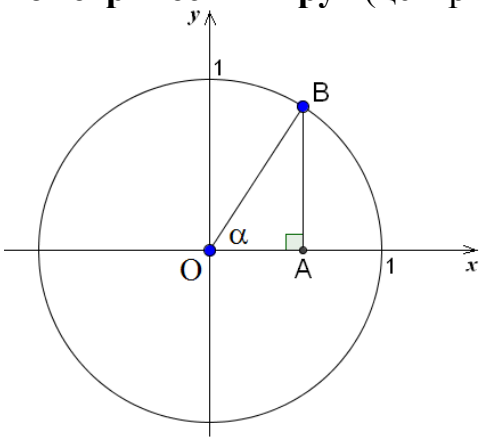

$$\sin\alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{BC}{AC}$$

## Определение тригонометрических функций произвольного угла

**Тригонометрический круг** (центр – начало координат, $R = 1$)




$$\sin\alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{y}{R} = \frac{y}{1} = y$$

$$\sin\alpha = y$$

$$\cos\alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{x}{R} = \frac{x}{1} = x$$

$$\cos\alpha = x$$

**1.** ***Синусом*** угла называется **вторая** координата точки угла на тригонометрическом круге
**2.** ***Косинусом*** угла называется **первая** координата точки угла на тригонометрическом круге
**3.** ***Тангенсом*** угла называется отношение синуса этого угла к косинусу этого угла

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

## Таблица соответствия углов в градусах и радианах

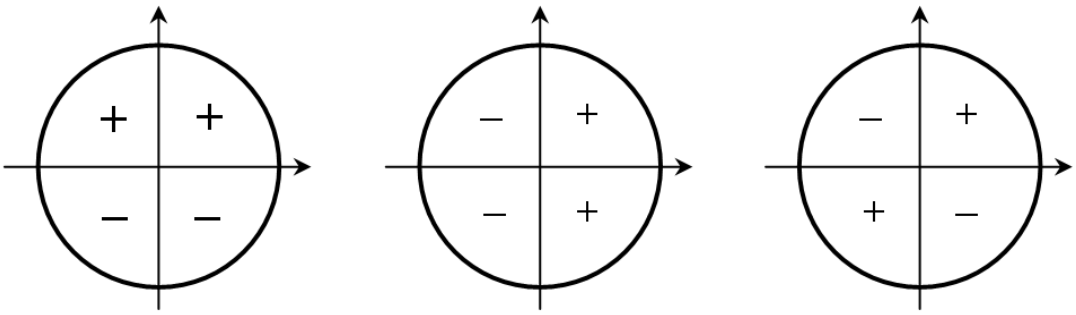
Основное соотношение: $\pi = 180^0$

| Углы в градусах | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ | $180^0$ | $270^0$ | $360^0$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Углы в радианах | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $2\pi$ |

## Таблица значений тригонометрических функций некоторых углов

| **Градусы** | $\mathbf{0^0}$ | $\mathbf{30^0}$ | $\mathbf{45^0}$ | $\mathbf{60^0}$ | $\mathbf{90^0}$ | $\mathbf{180^0}$ | $\mathbf{270^0}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Радианы** | $\mathbf{0}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}$ |
| $\sin\alpha$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | $-1$ |
| $\cos\alpha$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-1$ | 0 |
| $\mathrm{tg}\,\alpha$ | 0 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | – | 0 | – |
| $\mathrm{ctg}\,\alpha$ | – | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 0 | – | 0 |

## Знаки тригонометрических функций




$\sin\alpha$ $\cos\alpha$ $\mathrm{tg}\,\alpha$; $\mathrm{ctg}\,\alpha$

$$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha$$
$$\mathrm{tg}(-\alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$$
$$\mathrm{ctg}(-\alpha) = -\mathrm{ctg}\,\alpha$$

## Основные тригонометрические тождества

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ - тригонометрическая единица

$\mathrm{tg}^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$ $\qquad$ $1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad$ $\mathrm{ctg}\,\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$ $\qquad$ $\mathrm{tg}\,\alpha = \dfrac{1}{\mathrm{ctg}\,\alpha}$

## Формулы двойного угла

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

## Формулы суммы и разности аргументов

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \sin\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta + \sin\alpha \cdot \sin\beta$$
$$\mathrm{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha + \mathrm{tg}\,\beta}{1 - \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}$$
$$\mathrm{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha - \mathrm{tg}\,\beta}{1 + \mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{tg}\,\beta}$$

## Формулы суммы и разности тригонометрических функций

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$
$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$